



Universidad de Concepción

MODELACIÓN MATEMÁTICA DE SISTEMAS BIOLÓGICOS: MICROALGAS Y BACTERIAS PARA EL TRATAMIENTO DE AGUAS RESIDUALES

François Crouchett / Jineth Arango / Raimund Bürger / David Jeison

Serie Comunicacional CRHIAM

Escasez Hídrica Comunidades
Huella del Agua Sequía Agua Minería
Servicios Ecosistémicos Recursos Hídricos
Calidad del agua Agricultura Tecnología Innovación
Cambio Climático Reutilización de aguas Investigación
Ecosistemas Gestión Sustentable Aguas Subterráneas

SERIE COMUNICACIONAL CRHIAM

Versión impresa ISSN 0718-6460

Versión en línea ISSN 0719-3009

Directora:

Gladys Vidal Sáez

Comité editorial:

Sujey Hormazábal Méndez

María Belén Bascur Ruiz

Serie:

Modelación matemática de sistemas biológicos:
microalgas y bacterias para el tratamiento de aguas residuales

François Crouchett, Jineth Arango,

Raimund Bürger y David Jeison.

Julio 2022

Agradecimientos:

Centro de Recursos Hídricos
para la Agricultura y la Minería
(CRHIAM)

ANID/FONDAP/15130015

Victoria 1295, Barrio Universitario,
Concepción, Chile

Teléfono +56-41-2661570

www.crhiam.cl



Universidad de Concepción

MODELACIÓN MATEMÁTICA DE SISTEMAS BIOLÓGICOS: MICROALGAS Y BACTERIAS PARA EL TRATAMIENTO DE AGUAS RESIDUALES

François Crouchett / Jineth Arango / Raimund Bürger / David Jeison

SERIE COMUNICACIONAL CRHIAM

PRESENTACIÓN

El Centro de Recursos Hídricos para la Agricultura y la Minería -Centro Fondap CRHIAM- está trabajando en el tema de "Seguridad Hídrica", entendida como la "capacidad de una población para resguardar el acceso sostenible a cantidades adecuadas de agua de calidad aceptable para el sustento, bienestar y desarrollo socioeconómico sostenibles; para asegurar la protección contra la contaminación transmitida por el agua y los desastres relacionados con ella, y para preservar los ecosistemas, en un clima de paz y estabilidad política" (ONU- Agua, 2013).

La "Serie Comunicacional CRHIAM" tiene como objetivo potenciar temas desde una mirada interdisciplinaria, con la finalidad de difundirlos a los tomadores de decisiones públicos, privados y a la comunidad general. Estos textos surgen como un espacio de colaboración colectiva entre diversos investigadores ligados al CRHIAM como un medio para informar y transmitir las evidencias de la investigación relacionada a la gestión del recurso hídrico.

Con palabras sencillas, esta serie busca ser un relato entendible por todos y todas, en el que se exponen los estudios, conocimiento y experiencias más recientes para aportar a la seguridad hídrica de los ecosistemas, comunidades y sectores productivos. Agradecemos el esfuerzo realizado por nuestras y nuestros investigadores, quienes han trabajado de forma mancomunada y han puesto al servicio de la comunidad sus investigaciones para aportar de forma activa en la búsqueda de soluciones para contribuir a la generación de una política hídrica acorde a las necesidades del país.

Dra. Gladys Vidal
Directora de CRHIAM

DATOS DE INVESTIGADORES



François Crouchett

Ingeniero Civil Bioquímico
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.
Estudiante de Magíster en Ciencias de la Ingeniería,
con mención en Ingeniería Bioquímica.
Escuela de Ingeniería Bioquímica,
Facultad de Ingeniería,
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.



Jineth Arango

Ingeniera Ambiental
Universidad Antonio Nariño, Colombia.
Estudiante de Doctorado en Ciencias de la Ingeniería,
con mención en Ingeniería Bioquímica.
Escuela de Ingeniería Bioquímica,
Facultad de Ingeniería,
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.



Raimund Bürger

Dr. rer. nat., Universität Stuttgart, Alemania.
Profesor Titular Facultad de Ciencias Físicas
y Matemáticas,
Universidad de Concepción.
Investigador Centro de Investigación en
Ingeniería Matemática (CI2MA).
Investigador Asociado CRHIAM.



David Jeison

Ingeniero Civil Bioquímico
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.
Magíster en Ciencias de la Ingeniería,
mención Ingeniería Bioquímica.
Doctor en Ciencias Ambientales,
Universidad de Wageningen, Países Bajos.
Académico Escuela de Ingeniería Bioquímica,
Facultad de Ingeniería,
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.
Investigador Asociado CRHIAM.

RESUMEN

El objetivo de esta serie comunicacional es mostrar los modelos matemáticos como herramientas útiles para representar y describir sistemas biológicos. En particular, se busca entregar una mirada sobre las consideraciones generales para tener en cuenta a la hora de modelar sistemas de tratamiento de aguas basados en microalgas y bacterias.

MODELOS MATEMÁTICOS PARA BIOPROCESOS

¿Qué es un modelo matemático?

Un modelo matemático se puede definir en términos simples como una representación virtual de los aspectos esenciales que componen un sistema existente. Esta representación se genera a partir del conocimiento que se tiene del sistema analizado. De los modelos matemáticos no se espera una reconstrucción fiel de la realidad, sino que sea una herramienta útil para entender los procesos del sistema y para la resolución de problemas inherentes del mismo. Por ende, la complejidad de los modelos matemáticos dependerá en gran medida del sistema representado y la cantidad de procesos y variables que se incluyan en este. Por otro lado, el esfuerzo computacional que se requiere para la simulación de un proceso depende también de los recursos disponibles, tales como recursos humanos para su implementación, tiempo de simulación y el nivel de resolución deseado.

Entre otros aspectos, se debe decidir sobre el tiempo y la escala espacial antes de empezar el modelamiento. Por ejemplo, si nos interesa la dinámica diaria de una planta de tratamiento de aguas servidas (PTAS) o un biorreactor, ciertos procesos pueden ser considerados instantáneos y por lo tanto se puede presuponer que no varían con el tiempo.

Los modelos son herramientas que pueden cumplir diversas funciones como supervisar o monitorear procesos, evaluar escenarios hipotéticos, entender mejor y optimizar un bioproceso, etc. Por ejemplo, gracias a la modelación se puede pronosticar el tiempo y así saber si probablemente un día determinado será muy frío o soleado. Un modelo matemático que depende del tiempo puede ser utilizado para simular procesos (ahorrando trabajo experimental) y desarrollar estrategias de control.



Figura 1.

Representación de un modelo matemático. Fuente: Elaboración propia.

Se dice que un modelo es "matemático", puesto que esta representación virtual del sistema estará dada mediante expresiones matemáticas para intentar describir los procesos del sistema, variables, factores ambientales que lo componen y las interacciones entre ellos. Es importante entender qué se está modelando a través de estas expresiones matemáticas y que exista coherencia entre las expresiones. Cada expresión o ecuación matemática deriva de ciertas suposiciones y simplificaciones en base a evidencia bibliográfica y está alineada con los objetivos buscados con la modelación (Donoso Bravo, 2021).

Si retomamos el ejemplo mencionado anteriormente, tendremos que la representación de la atmósfera para conocer el tiempo atmosférico estará dada por la medición de sus propiedades tales como la humedad relativa del aire, la presión atmosférica, la velocidad del viento, entre otras. Estas propiedades se conjugan a través de expresiones matemáticas que describen a los fluidos para la predicción meteorológica.

¿Cómo se elabora un modelo matemático de un bioproceso?

Para la elaboración de un modelo matemático se debe definir previamente el proceso que se quiere representar. Si se trata de sistemas en los que las transformaciones son llevadas a cabo por microorganismos o partes de estos, estaremos hablando de bioprocesos. Hay que tener en cuenta que, dependiendo del bioproceso, las condiciones serán o no estériles.

En el primer caso, se tratará de conservar la composición del cultivo de microorganismos, mientras que en el segundo no. Un ejemplo de esto último son los tratamientos de aguas residuales donde existen diversos microorganismos a la entrada del sistema, por lo que habrá variaciones en las cantidades relativas y especies dentro del cultivo microbiano.

Luego de definir el bioproceso que se desea modelar, deben establecerse los objetivos del modelo o los problemas que se quieren resolver. Esto requiere realizar suposiciones y simplificaciones de aquella parte de la realidad que se quiere representar a través de ecuaciones matemáticas. Las suposiciones deben ser razonables en tanto puedan ser convertidas en ecuaciones, además de que exista evidencia bibliográfica que las respalden.

Dependiendo del desafío que implique representar el proceso, la forma de abordarlo podrá ser de dos maneras distintas:

- La primera es siguiendo los principios de conservación de masa, energía y momento (modelación mecanicista), es decir, que haya constancia de estas variables dentro del sistema.
- La segunda es poniendo el foco en la correlación que exista en los datos de entrada y de salida de un proceso, de modo tal de centrarse en la capacidad predictiva del modelo (modelación empírica).

A veces estos paradigmas son referidos como modelamiento de "caja blanca" y "caja negra", respectivamente.

Una vez que se ha establecido el conjunto de expresiones que describirán esta abstracción de la realidad, el siguiente paso es resolverlo para obtener simulaciones, y así visualizar el comportamiento de un proceso y las variables que lo componen. Debe comprobarse que estas simulaciones sean coherentes para que entreguen resultados que tengan lógica y puedan ser esperables. Por ejemplo, para la previsión del tiempo atmosférico, desde un punto de vista matemático es un desafío no menor asegurar que los valores de presión estimadas mediante un modelo matemático no sean negativas, o que el porcentaje de humedad relativa del aire asuman valores sólo en su rango admisible entre cero y cien.

Previo a la resolución, muchas veces será necesario el ajuste de ciertos parámetros con el fin de acercarse a valores experimentales, este proceso es llamado calibración. Además, para tener mayor confianza y reducir la incertidumbre sobre la capacidad predictiva del modelo, luego de la

calibración éste se somete a nuevos escenarios donde se busca que las nuevas simulaciones se acerquen a los valores que estos arrojen, etapa conocida como validación (Donoso Bravo, 2021).

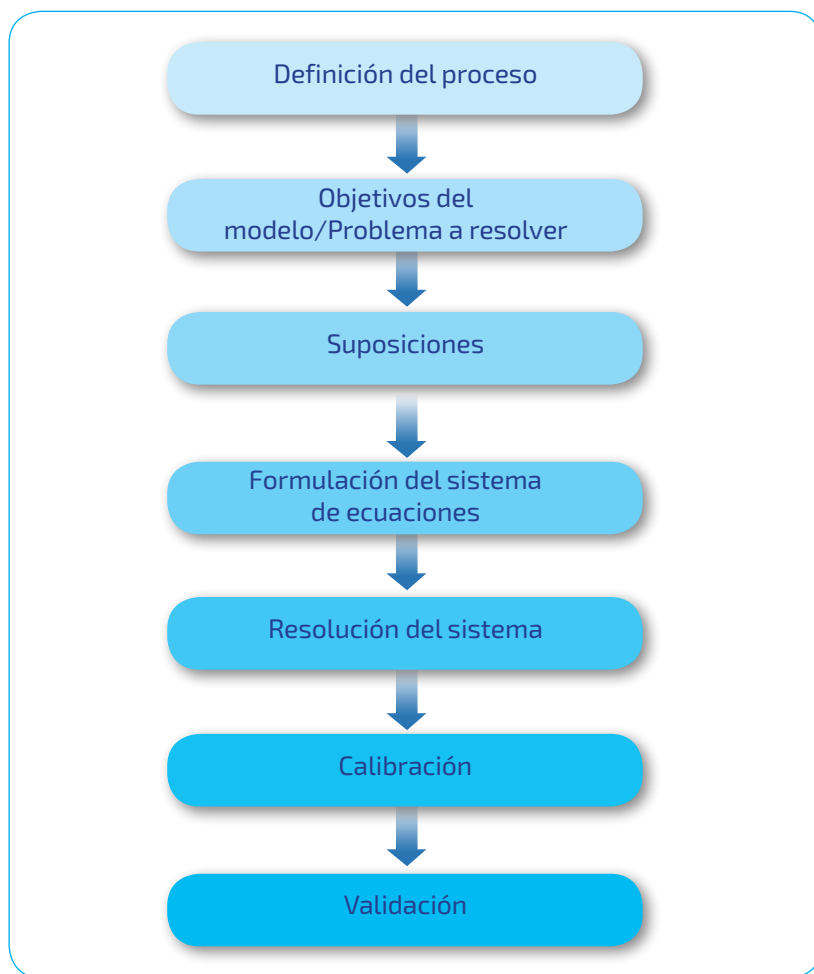


Figura 2.

Etapas de elaboración de un modelo matemático.
Fuente: Adaptado de Donoso Bravo, (2021).

¿Cómo saber si un modelo funciona?

Para verificar rigurosamente si un modelo matemático "funciona", se requiere un estudio de su buen planteamiento. Debe ser posible decidir si un modelo:

1. Entrega una solución
2. La solución es única
3. La solución depende en forma continua de los datos del problema.

Es posible afirmar esto positivamente para problemas algebraicamente simples o que posean una estructura lineal, mientras que para modelos no lineales frecuentemente se requiere de un análisis matemático avanzado.

Para comenzar a usar un modelo (suponiendo que los aspectos matemáticos y formales estén aclarados), es necesario realizar un ajuste de los parámetros más sensibles respecto de la respuesta que el modelo proporcionará (calibración). Los parámetros seleccionados se hacen "calzar" de la mejor manera para que la respuesta que entrega sea lo más cercana a los datos experimentales utilizados para calibrar el modelo.

Cabe destacar que, al ajustar los parámetros para un set de datos dado, no se puede asegurar que el modelo tenga una adecuada capacidad predictiva. Para ello, se deben utilizar datos reales diferentes a los de la calibración, y que de preferencia sean generados bajo escenarios diferentes. El éxito del proceso de validación se estimará a través de algún tipo de indicador que evalúe la comparación entre los datos reales con los arrojados por el modelo. Ya que el número de condiciones bajo las cuales se pone a prueba el modelo es acotado, el modelo nunca será completamente validado. Aun así, esta etapa de la elaboración de un modelo matemático sigue siendo crucial ya que entrega confianza en la capacidad predictiva del modelo (Donoso Bravo, 2021).

MODELACIÓN DE UN SISTEMA DE MICROALGAS Y BACTERIAS (MAB)

Tratamiento de aguas con microalgas y bacterias

Uno de los procesos biológicos o bioprocesos más importantes para proteger la salud pública, medio ambiente y la vida en torno a los diversos cuerpos de agua es el tratamiento de aguas servidas. Este proceso permite remover y/o

eliminar sustancias no deseadas de las aguas residuales, o al menos reducir su concentración, de tal manera que su calidad permita su disposición sin comprometer la salud de los seres humanos ni de los ecosistemas (ONU, 2015).

La principal tecnología utilizada para el tratamiento biológico de aguas servidas urbanas y rurales es la de lodos activados (Subsecretaría de Desarrollo Regional y Administrativo, 2018; Superintendencia de Servicios Sanitarios, 2018). Ésta consiste en utilizar bacterias para convertir la materia orgánica presente en el agua, así se disminuye la carga contaminante, reduciendo el impacto en el medio ambiente. Si bien es una tecnología que cumple su cometido en zonas urbanas, su aplicación a pequeñas comunidades o zonas rurales involucra complejidades y desafíos, lo que puede derivar en su mal funcionamiento (Vidal y Araya, 2014).

En búsqueda de alternativas sustentables de tratamiento de las aguas servidas en zonas rurales de Chile, se han probado diversas tecnologías tales como humedales artificiales y lombrifiltros. Estos dos tipos de sistemas presentan bajos costos de inversión, operación y mantenimiento. Además, no requieren de profesionales especializados para su operación y mantenimiento (Rodríguez, 2012; Vidal y Araya, 2014). Otros sistemas menos explorados en Chile, y con características similares a los ya nombradas, son los cultivos de microalgas y bacterias.

Los cultivos de microalgas y bacterias se basan en la relación de beneficio (consorcio) que establecen los microorganismos participantes: por un lado, las microalgas realizan fotosíntesis y proveen de oxígeno (O_2) a las bacterias, mientras que el dióxido de carbono (CO_2) generado por las bacterias es usado por las microalgas. De esta manera, estos sistemas tienen la ventaja de no requerir de aireación mecánica, lo que reduce los costos energéticos enormemente con respecto a sistemas convencionales de lodos activados (Gonçalves *et al.*, 2017).

Además, debido a la alta capacidad de las microalgas de incorporar en su biomasa nutrientes comúnmente encontrados en las aguas servidas (nitrógeno y fósforo), este sistema ha mostrado tener una mayor eficiencia en la eliminación de nutrientes con respecto a los sistemas convencionales. Los sistemas más comunes en los cuales se desarrollan los consorcios de microalgas y bacterias son los reactores HRAP (*high-rate algal pond*), inicialmente diseñados para combinar el tratamiento de aguas con la máxima recuperación de algas (Oswald *et al.*, 1957). Los HRAP son reactores

abiertos al ambiente formados por canales alargados cerrados en una o más vueltas de poca profundidad (usualmente de no más de 30 cm), y disponen de una rueda con paletas para el mezclamiento del cultivo (Gonçalves *et al.*, 2017).

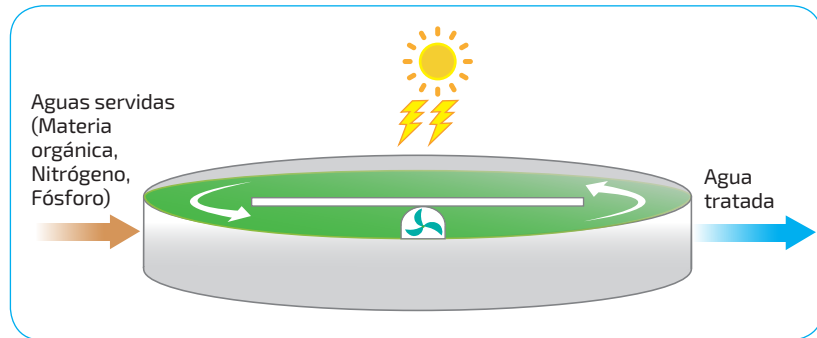


Figura 3.

Representación de un reactor HRAP.

Fuente: Elaboración propia

Con la finalidad de representar las dinámicas entre microalgas y bacterias durante el tratamiento de aguas servidas de manera útil y eficaz, se han planteado diferentes modelos, que permiten vislumbrar el comportamiento de este sistema, sin un esfuerzo económico y/o de tiempo mayor. Por ejemplo, los modelos existentes permiten predecir la producción de biomasa (cantidad de microorganismos) durante el tratamiento, facilitando el desarrollo de estrategias que permitan aumentar la eficiencia de los reactores (Solimeno *et al.*, 2017). Sin embargo, hasta la fecha no se ha establecido un marco de diseño común para el modelamiento de sistemas de tratamiento basados en algas (Shoener *et al.*, 2019).

Así, por ejemplo, uno de los primeros modelos reportados es el de Buhr y Miller (1983). Este se desarrolla en un reactor HRAP de manera continua y contempla un tipo de microalgas limitadas por la disponibilidad de luz, dióxido de carbono y nitrógeno inorgánico total (nitrato, nitrito y amoníaco). Además, considera de un tipo de bacterias con crecimiento limitado por el oxígeno disuelto en el agua, materia orgánica disuelta y nitrógeno inorgánico.

Desde la fecha de presentación del modelo de Buhr y Miller (1983), se han considerado otros factores como el efecto de la luz, la termodinámica involucrada en las tasas de velocidad de los procesos, transferencia de masa de gases como el oxígeno y el amoníaco, etc. Así, actualmente existen modelos mucho más robustos y que contemplan una serie de procesos y variables para representar de manera más fidedigna los cultivos de microalgas y bacterias (Casagli *et al.*, 2021; Solimeno *et al.*, 2019). Cabe señalar que este tipo de reactores, donde la luz juega un rol importante, también es conocido como fotobiorreactor (ver Diehl *et al.* (2018) para un ejemplo de modelamiento matemático).

A continuación, se enumeran y describen algunas de las consideraciones generales a tener en cuenta a la hora de modelar sistemas de microalgas y bacterias para el tratamiento de aguas, y algunas de las simplificaciones y factores más importantes a considerar cuando se representan los modelos que ocurren dentro de los reactores de tratamiento de aguas.

CONSIDERACIONES GENERALES PARA MODELAR UN SISTEMA DE MICROALGAS Y BACTERIAS

a) Microorganismos en el cultivo

Los cultivos de microalgas-bacterias, por simplificación, suelen representarse como un solo tipo de microalgas, un tipo de bacterias heterótrofas y/o como bacterias nitrificantes (Shoener *et al.*, 2019). Al ser aguas servidas, las comunidades son variables y puede ser necesario considerar la presencia de otros microorganismos.

Cada microorganismo tiene un rol distinto. Las algas utilizan la luz solar como fuente de energía para su crecimiento. Producen oxígeno y consumen dióxido de carbono. Para su crecimiento demandan nitrógeno y fósforo como nutrientes, normalmente más que las bacterias. Por este motivo, un sistema basado en algas puede utilizarse como tratamiento terciario, para la remoción de especies de nitrógeno y fósforo (Gonçalves *et al.*, 2017; Unnithan *et al.*, 2014).

Por su parte, las bacterias heterótrofas son las encargadas de oxidar (transformar) la materia orgánica presente en las aguas servidas,

demandando oxígeno y produciendo dióxido de carbono. También dentro de los consorcios nombrados suelen considerarse bacterias del tipo autótrofas, es decir, que son capaces de sintetizar (generar) sustancias orgánicas a partir de sustancias inorgánicas. Por lo general, las bacterias nitrificantes están en porcentajes mucho menores que los otros microorganismos, pero tienen un rol importante a la hora de tratar el agua, puesto que junto con las algas disminuyen la cantidad de compuestos que contienen nitrógeno, mejorando la capacidad de remoción del sistema (Casagli *et al.*, 2021).

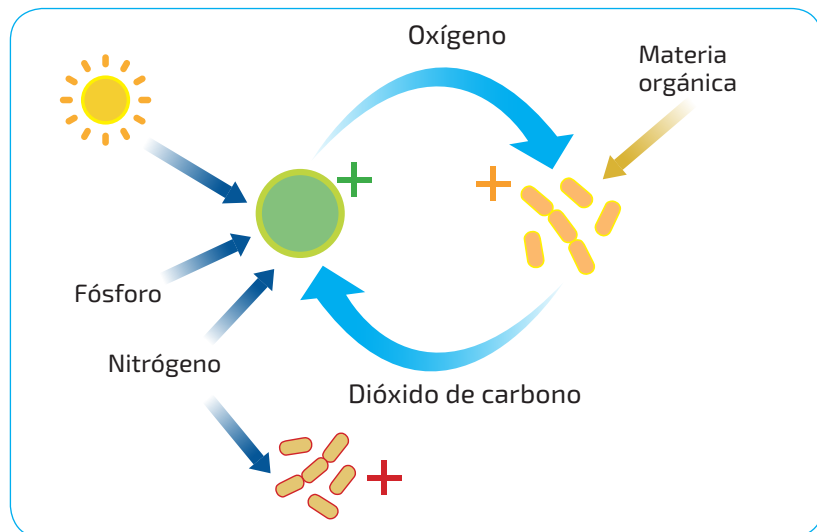


Figura 4.

Diagrama de consumo de nutrientes de los microorganismos.
Fuente: Elaboración propia.

b) Crecimiento de los microorganismos

Para modelar el crecimiento de los microorganismos de un sistema biológico con una precisión adecuada, pero de manera simple, se han propuesto diversas estrategias. Por ejemplo, una de las más utilizadas es el modelo de Droop (Droop, 1968) que correlaciona la velocidad de crecimiento con la cantidad de sustrato al interior del microorganismo en cuestión. Este modelo asume una concentración basal de sustrato dentro del microorganismo para que este pueda crecer. Pero, sin duda, el modelo más utilizado es el modelo empírico de Monod (Monod, 1949), que relaciona la velocidad de crecimiento (comúnmente denotado como μ) de un microorganismo con la concentración de sustrato necesario para su crecimiento (simbolizado con una S).

Este modelo, considera una velocidad máxima de crecimiento $\mu_{\text{máx}}$ y una constante llamada constante media de saturación K_s , porque cuando $S=K_s$ la velocidad es la mitad de la velocidad máxima. Al graficar la velocidad de crecimiento versus la concentración de sustrato, notamos que cuando la cantidad de nutriente es muy alta en relación con la constante media de saturación, la velocidad no varía mucho, estando cerca del máximo. Al contrario, a valores de sustrato mucho menores a K_s la velocidad de crecimiento es proporcional a la concentración de sustrato (ver Figura 5). Este modelo es fácil de calibrar y su uso es adecuado para muchos tipos de microorganismos –como bacterias– mientras la concentración esté lejos de la concentración de inhibición del crecimiento.

Si se quiere considerar inhibición, esto es, disminución de la velocidad de crecimiento cuando la concentración de sustrato es muy alta, se puede utilizar el modelo de Haldane y Andrews (Andrews, 1968; Haldane, 1930). En este caso, se incluye una constante de inhibición comúnmente denominado K_i .

La comparación entre las curvas de velocidad de crecimiento versus concentración de sustrato de los modelos de Monod y de Haldane/Andrews se muestran a continuación.

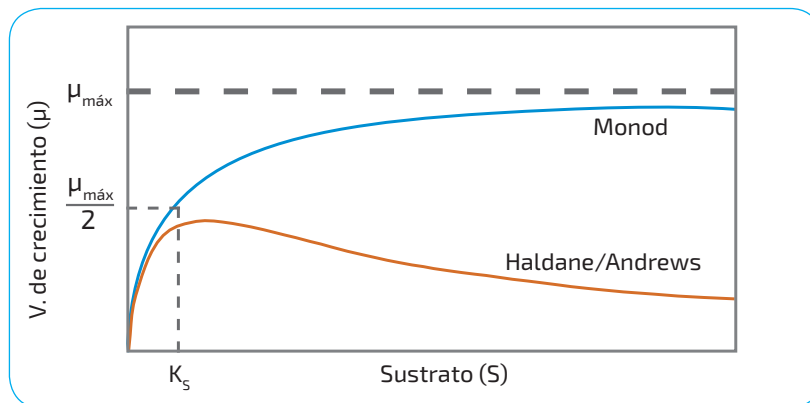


Figura 5.

Comparación de curvas de velocidad de crecimiento de los modelos de Monod y Haldane/Andrews.

Fuente: Elaboración propia.

c) Respiración y mantenimiento

En los procesos de crecimiento de los microorganismos los sustratos son destinados a aumentar su concentración dentro del reactor, pero a la hora de construir un modelo deberían considerarse los mecanismos y/o procesos por los cuales "se pierde" sustrato. Esto se encuentra en la mayoría de los modelos como procesos de mantenimiento y de respiración (Shoener *et al.*, 2019).

El mantenimiento celular se relaciona con destinar parte de los sustratos para que la biomasa generada se mantenga de manera íntegra, mientras que la respiración endógena es la utilización de oxígeno u otro compuesto para producir energía a partir de componentes internos de la célula (Van Loosdrecht y Henze, 1999). Los requerimientos de los microorganismos no suelen variar, por lo que, para una cantidad de biomasa, la demanda por mantenimiento es constante. Por otro lado, la respiración endógena implica una pérdida de biomasa. Además de este proceso, puede incluirse el decaimiento celular, proceso que reduce la biomasa y que puede ser causado por factores internos de la célula o factores externos como la depredación de los microorganismos.

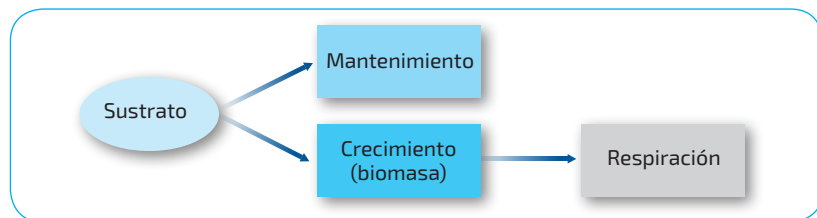


Figura 6.

Diagrama del destino de sustrato.

Fuente: Adaptado de Van Loosdrecht y Henze, (1999).

d) Fotosíntesis y respuesta a la luz

Una cuestión importante para considerar cuando se modelan sistemas con algas tiene que ver con la luz. En cuanto organismos fotosintéticos, las microalgas dependen de la cantidad de luz de manera similar que cualquier otro sustrato para su crecimiento. Hay muchos factores de los que depende el proceso de la fotosíntesis y la respuesta de las microalgas a la luz, como los son la cantidad de luz (irradiancia) que recibe el sistema en su superficie (intensidad de luz incidente I_0), la profundidad del reactor

(z) y la concentración de la biomasa. Dentro de un reactor abierto como un HRAP, se asume que la luz que incide en la superficie es la misma en cada punto. Sin embargo, a medida que la luz atraviesa el cultivo, esta se reduce, produciéndose un perfil de luz.

El máximo de intensidad se alcanza en la superficie y el mínimo en el fondo del reactor. Esto es provocado por las partículas que componen el cultivo y su medio. Así, cuando la concentración de sólidos y/o de biomasa es mayor, se produce una mayor "caída" de la luz y llega con menor intensidad al fondo del reactor (Arcila y Buitrón, 2017; Brindley *et al.*, 2011).

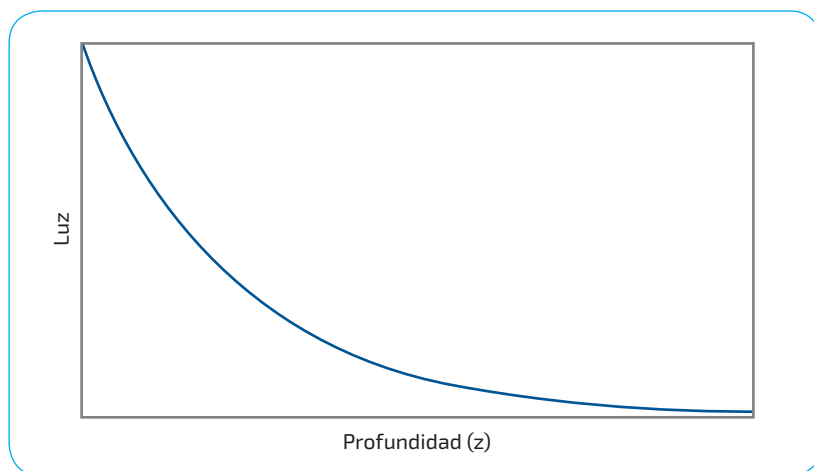


Figura 7.

Representación de la penetración de la luz en función de la profundidad.

Fuente: Elaboración propia.

Quizás la manera más simple de representar la intensidad de luz con el crecimiento es a través de una ecuación de Monod (1949), tal como se revisó anteriormente para un sustrato. Otros modelos más complejos ampliamente utilizados son el de Steele (Steele, 1962) que se comporta de manera exponencial, y el de Eilers y Peeters (Peeters y Eilers, 1978) que funciona de manera muy parecida a la sugerida por Andrews (1968), ambos considerando fotoinhibición (esto es, reducción del crecimiento debido a la exposición a exceso de luz).

Dado que la intensidad de luz cambia con la posición, el valor de irradiancia usado para determinar el crecimiento de la biomasa suele ser un promedio que representa todo el perfil de la luz, a medida que esta se aleja de la superficie. Para determinar el comportamiento de la luz en el cultivo normalmente se usa la ley de Beer-Lambert (Beer, 1852), teniendo en cuenta la absorción y dispersión de la luz en el medio (coeficiente de extinción de la luz), la concentración de la biomasa y la distancia que recorre la luz.

e) Temperatura

La temperatura afecta el metabolismo de los microorganismos, por lo que es importante considerar este efecto sobre todo en sistemas con temperatura variable. Así, las dinámicas de temperatura han sido representadas de manera simple en muchos modelos de acuerdo con la fórmula exponencial de Arrhenius (Arrhenius, 1889). Sin embargo, esta expresión, que se utiliza para relacionar la temperatura con reacciones químicas, no describe adecuadamente la respuesta del crecimiento de microorganismos a la temperatura.

Otros modelos permiten predecir el comportamiento de mejor manera, como por ejemplo el modelo de temperatura cardinal con inflexión (*Cardinal Temperature Model with Inflection*, CTMI). En este caso, se utilizan tres valores fundamentales de temperatura: la temperatura máxima a la que puede haber crecimiento, temperatura mínima de crecimiento y temperatura óptima con la cual se alcanza el máximo y se encuentra entre los dos otros valores de temperatura (Rosso *et al.*, 1993).

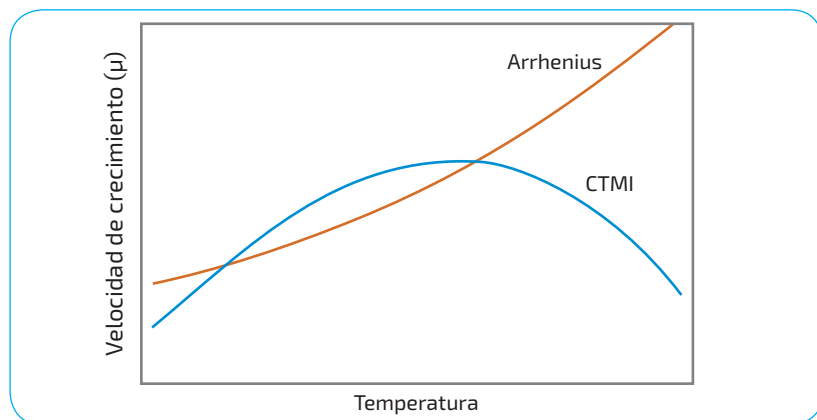


Figura 8.

Comparación de curvas de respuesta de la velocidad de crecimiento a la temperatura. Fuente: Adaptado de Shoener *et al.*, (2019).

f) Procesos no biológicos

Además del crecimiento de los microorganismos involucrados en el tratamiento, un modelo ha de considerar otros fenómenos de naturaleza no biológica. Por ejemplo, la transferencia de gases entre la atmósfera y el cultivo (oxígeno, dióxido de carbono, amoníaco, entre otros). Este depende de las características del líquido, la temperatura, la presión atmosférica, entre otros factores. La velocidad de transferencia normalmente se considera proporcional a un coeficiente de transferencia de masa y a la diferencia entre la concentración del gas en el cultivo y la concentración de saturación o de equilibrio, valor que depende de la temperatura y la presión del sistema.

Por otro lado, hay que considerar el equilibrio que caracteriza a los componentes que pueden estar en forma de ácidos o bases, el que depende del pH. Aunque muchos modelos no incluyen la dependencia al pH, es importante conocer o estimar su valor, puesto que afecta de manera indirecta el crecimiento de los microorganismos y la disponibilidad de algunos componentes. Por ejemplo, cuando el pH es mayor a 9 el amoníaco se libera a la atmósfera. A esa condición, las algas tienen menor disponibilidad de este sustrato (Shoener *et al.*, 2019).

Sistemas acoplados a membranas para la retención de sólidos

Los cultivos de microalgas y bacterias para el tratamiento de aguas a menudo se llevan a cabo en los reactores HRAP, recibiendo y tratando de manera continua las aguas que llegan a los sistemas de tratamiento. Esto permite producir mayor cantidad de biomasa que de ser un sistema por lotes, si es este un objetivo del tratamiento, y mejora la capacidad de remoción de los contaminantes en el agua (Amini *et al.*, 2020; Castellanos, 2013). Sin embargo, el flujo de agua residual a tratar en operación continua está limitado por el crecimiento de los microorganismos. Si el flujo es muy alto, existe un riesgo de que la biomasa se diluya (se lave) hasta desaparecer.

Una manera de afrontar el problema del lavado de la biomasa es por medio de su retención física. Esto se puede lograr a través del uso de una membrana que impida que los microorganismos, o en general la materia sólida dentro del reactor, deje el sistema de manera parcial o total. Los sistemas de microalgas y bacterias acoplados a membranas poseen ventajas por sobre aquellos que no cuentan con tal sistema.

La retención física de los microorganismos permite incrementar su concentración, favoreciendo la remoción de nutrientes y contaminantes.

En un sistema sin retención, comúnmente se requiere alrededor de 8 días de tiempo de retención de líquido para que el sistema tenga un buen desempeño (Kim *et al.*, 2014; Solimeno y García, 2019). Sin embargo, un reactor de membrana puede trabajar a valores tan bajos como 1 día (Solmaz y Işık, 2019; Solmaz y Işık, 2020).

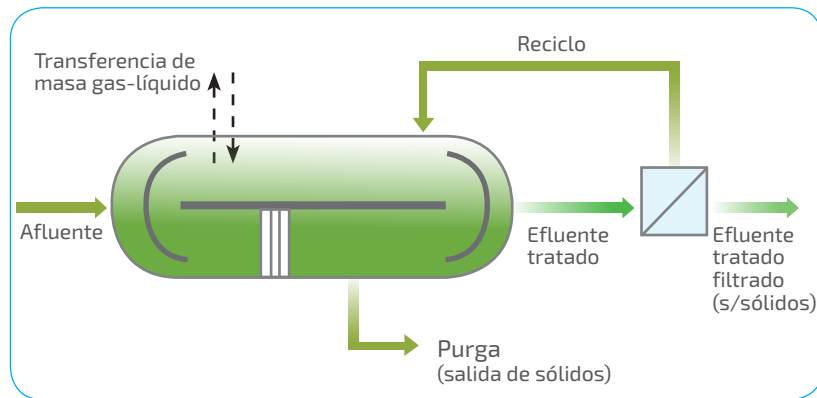


Figura 9.

Esquema reactor acoplada a membrana de microfiltración.
Fuente: Elaboración propia.

De los más de 300 modelos propuestos para representar sistemas de microalgas, pocos o ninguno de ellos ha considerado sistemas de retención de sólidos de membrana u otros acoplados a los reactores (Shoener *et al.*, 2019). La manera más simple de representar la adición de una membrana es mediante la aplicación de un factor de retención a la ecuación de balance de sólidos. El valor de tal factor varía entre 0 (cuando no ha salido de sólidos suspendidos) y 1 (cuando no hay membrana), o entre 0% de eficiencia de retención y 100%, respectivamente.

CONCLUSIÓN

En la presente serie comunicacional se describieron los modelos matemáticos como herramientas útiles para representar la realidad. En el caso específico de los bioprocesos, los modelos matemáticos pueden ayudar a su análisis, control y predicción de su comportamiento. Al momento de establecer un modelo matemático, es necesario considerar el objetivo del trabajo a realizar, los datos disponibles, el nivel de entendimiento del proceso, junto al tiempo y recursos que se dedicarán. Todo esto influirá en la complejidad del modelo y en la serie de etapas necesarias para su elaboración.

Para mostrar la utilidad de los modelos matemáticos, se describieron los desafíos típicos asociados a la representación matemática de un sistema de tratamiento de aguas servidas, utilizando microalgas y bacterias. Para tal ejemplo, se describieron los principales factores que influyen en este bioproceso, dando una mirada sobre cómo estos pueden ser abordados y llevados a ecuaciones. Finalmente, se plantearon la retención de sólidos como un nuevo factor a considerar a la hora de modelar este tipo de sistemas.

REFERENCIAS

- Amini, E., Babaei, A., Mehrnia, M. R., Shayegan, J., & Safdari, M. S. 2020. Municipal wastewater treatment by semi-continuous and membrane algal-bacterial photo-bioreactors. *Journal of Water Process Engineering*, 36(August 2019), 101274. <https://doi.org/10.1016/j.jwpe.2020.101274>
- Andrews, J. F. 1968. A mathematical model for the continuous culture of microorganisms utilizing inhibitory substrates. *Biotechnology and Bioengineering*, 10(6), 707–723. <https://doi.org/10.1002/bit.260100602>
- Arcila, J. S., & Buitrón, G. 2017. Influence of solar irradiance levels on the formation of microalgae-bacteria aggregates for municipal wastewater treatment. *Algal Research*, 27(September), 190–197. <https://doi.org/10.1016/j.algal.2017.09.011>
- Arrhenius, S. 1889. Über die Dissociationswärme und den Einfluss der Temperatur auf den Dissociationsgrad der Elektrolyte. *Zeitschrift Für Physikalische Chemie*, 4U(1), 96–116. <https://doi.org/10.1515/zpch-1889-0408>
- Beer. 1852. Bestimmung der Absorption des rothen Lichts in farbigen Flüssigkeiten. *Annalen Der Physik Und Chemie*, 162(5), 78–88. <https://doi.org/10.1002/andp.18521620505>
- Brindley, C., Acién, F. G., & Fernández-Sevilla, J. M. 2011. Analysis of light regime in continuous light distributions in photobioreactors. *Bioresource Technology*, 102(3), 3138–3148. <https://doi.org/10.1016/j.biortech.2010.10.088>
- Buhr, H. O., & Miller, S. B. 1983. A dynamic model of the high-rate algal-bacterial wastewater treatment pond. *Water Research*, 17(1), 29–37. [https://doi.org/10.1016/0043-1354\(83\)90283-X](https://doi.org/10.1016/0043-1354(83)90283-X)
- Casagli, F., Zuccaro, G., Bernard, O., Steyer, J.-P., & Ficara, E. 2021. ALBA: A comprehensive growth model to optimize algae-bacteria wastewater treatment in raceway ponds. *Water Research*, 190, 116734. <https://doi.org/10.1016/j.watres.2020.116734>
- Castellanos, C. S. 2013. Batch and Continuous Studies of *Chlorella vulgaris* in Photo-Bioreactors. *Electronic Thesis and Dissertation Repository*, 1113, 80. <https://ir.lib.uwo.ca/etd/1113>

- Diehl, S., Zambrano, J., & Carlsson, B. 2018. Analysis of photobioreactors in series. *Mathematical Biosciences*, 306(October 2017), 107–118. <https://doi.org/10.1016/j.mbs.2018.07.005>
- Donoso Bravo, A. 2021. Fundamentos de modelación y bioprocesos. In *Modelación Mecanística de (Bio)Procesos* (pp. 1–20). ALPHA Education Press.
- Droop, M. R. 1968. Vitamin B 12 and Marine Ecology. IV. The Kinetics of Uptake, Growth and Inhibition in *Monochrysis Lutheri*. *Journal of the Marine Biological Association of the United Kingdom*, 48(3), 689–733. <https://doi.org/10.1017/S0025315400019238>
- Gonçalves, A. L., Pires, J. C. M., & Simões, M. 2017. A review on the use of microalgal consortia for wastewater treatment. *Algal Research*, 24, 403–415. <https://doi.org/10.1016/j.algal.2016.11.008>
- Haldane, J. B. S. 1930. *Enzymes*. Longmans, Green and Co.
- Kim, B.-H., Kang, Z., Ramanan, R., Choi, J.-E., Cho, D.-H., Oh, H.-M., & Kim, H.-S. 2014. Nutrient Removal and Biofuel Production in High Rate Algal Pond Using Real Municipal Wastewater. *Journal of Microbiology and Biotechnology*, 24(8), 1123–1132. <https://doi.org/10.4014/jmb.1312.12057>
- Monod, J. 1949. The growth of bacterial cultures. *Annual Review of Microbiology*, 3(1), 371–394. <https://doi.org/10.1146/annurev.mi.03.100149.002103>
- ONU. 2015. Objetivo 6. Agua Limpia Y Saneamiento: Por Que Es Importante. *Sustainable Development Goals*, 1–2. https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/wp-content/uploads/sites/3/2016/10/6_Spanish_Why_it_Matters.pdf
- Oswald, W., Gotaas, H. B., Golueke, C. G., Kellen, W. R., Gloyne, E. F., & Hermann, E. R. 1957. Algae in Waste Treatment. *Sewage and Industrial Wastes*, 29(4), 437–457. <http://www.jstor.org/stable/25033322>
- Peeters, J. C. H., & Eilers, P. 1978. The relationship between light intensity and photosynthesis—A simple mathematical model. *Hydrobiological Bulletin*, 12(2), 134–136. <https://doi.org/10.1007/BF02260714>

- Rodríguez, P. 2012. Saneamiento en el sector rural : en busca de opciones sostenibles. *REVISTA AIDIS-CHILE*.
- Rosso, L., Lobry, J. R., & Flandrois, J. P. 1993. An Unexpected Correlation between Cardinal Temperatures of Microbial Growth Highlighted by a New Model. *Journal of Theoretical Biology*, 162(4), 447–463. <https://doi.org/10.1006/jtbi.1993.1099>
- Shoener, B. D., Schramm, S. M., Béline, F., Bernard, O., Martínez, C., Plósz, B. G., Snowling, S., Steyer, J.-P., Valverde-Pérez, B., Wágner, D., & Guest, J. S. 2019. Microalgae and cyanobacteria modeling in water resource recovery facilities: A critical review. *Water Research X*, 2, 100024. <https://doi.org/10.1016/j.wroa.2018.100024>
- Solimeno, A., Acien, F. G., & García, J. 2017. Mechanistic model for design, analysis, operation and control of microalgae cultures: Calibration and application to tubular photobioreactors. *Algal Research*, 21, 236–246. <https://doi.org/10.1016/j.algal.2016.11.023>
- Solimeno, A., & García, J. 2019. Microalgae and bacteria dynamics in high rate algal ponds based on modelling results: Long-term application of BIO_ALGAE model. *Science of the Total Environment*, 650, 1818–1831. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2018.09.345>
- Solimeno, A., Gómez-Serrano, C., & Acien, F. G. 2019. BIO_ALGAE 2: improved model of microalgae and bacteria consortia for wastewater treatment. *Environmental Science and Pollution Research*, 26(25), 25855–25868. <https://doi.org/10.1007/s11356-019-05824-5>
- Solmaz, A., & Işık, M. 2019. Effect of Sludge Retention Time on Biomass Production and Nutrient Removal at an Algal Membrane Photobioreactor. *BioEnergy Research*, 12(1), 197–204. <https://doi.org/10.1007/s12155-019-9961-4>
- Solmaz, A., & Işık, M. 2020. Optimization of membrane photobioreactor; the effect of hydraulic retention time on biomass production and nutrient removal by mixed microalgae culture. *Biomass and Bioenergy*, 142(September), 105809. <https://doi.org/10.1016/j.biombioe.2020.105809>
- Steele, J. H. 1962. ENVIRONMENTAL CONTROL OF PHOTOSYNTHESIS IN THE SEA. *Limnology and Oceanography*, 7(2), 137–150. <https://doi.org/10.4319/lo.1962.7.2.0137>

- Subsecretaría de Desarrollo Regional y Administrativo. 2018. *Estudio de Soluciones Sanitarias para el Sector Rural*.
- Superintendencia de Servicios Sanitarios. 2018. *Informe Gestión Sector Sanitario 2018*.
- Unnithan, V. V., Unc, A., & Smith, G. B. 2014. Mini-review: A priori considerations for bacteria–algae interactions in algal biofuel systems receiving municipal wastewaters. *Algal Research*, 4(1), 35–40. <https://doi.org/10.1016/j.algal.2013.11.009>
- Van Loosdrecht, M. C. M., & Henze, M. 1999. Maintenance, endogeneous respiration, lysis, decay and predation. *Water Science and Technology*, 39(1), 107–117. <https://doi.org/10.2166/wst.1999.0024>
- Vidal, G., & Araya, F. 2014. Las Aguas servidas y su depuración en zonas rurales: Situación actual y desafíos. In *Las Aguas servidas y su depuración en zonas rurales: Situación actual y desafíos*. <http://www.eula.cl/giba/wp-content/uploads/2017/09/las-aguas-servidas-y-su-depuracion-en-zonas-rurales-situacion-actual-y-desafios.pdf>



Universidad de Concepción

MODELACIÓN MATEMÁTICA DE SISTEMAS BIOLÓGICOS: MICROALGAS Y BACTERIAS PARA EL TRATAMIENTO DE AGUAS RESIDUALES

François Crouchett / Jineth Arango / Raimund Bürger / David Jeison

Serie Comunicacional CRHIAM

